



新型幂指数趋近律的电机机械制动滑模控制

常九健, 王文龙, 张亚杰

(合肥工业大学 汽车与交通工程学院, 安徽 合肥 230000)

摘要: 控制夹紧力是轨道列车电机机械制动的重要环节。针对轨道列车电机机械制动系统中由制动盘厚度差异、机械干涉和制动时端面跳动导致的制动力矩和制动压力值波动的问题, 文章构建了比传统PI算法鲁棒性更精确的压力闭环滑模控制。对滑模控制导致的抖动与振动问题, 文章在现有指数趋近律的基础上进行改进, 提出一种增强型幂指数趋近律算法, 通过数学推导, 证明其收敛时间更短, 抖动和振动幅度更小。将仿真计算结果和试验数据进行对比分析, 结果表明, 在增强型幂指数趋近律控制下, 实际夹紧力能更快地跟踪目标夹紧力; 在达到目标夹紧力后, 实际夹紧力的抖动和振动幅度更小。

关键词: 轨道列车; 夹紧力控制; 电机机械制动; 滑模控制; 幂指数趋近律

中图分类号: U270.35

文献标志码: A

文章编号: 1000-128X(2025)04-0071-09

0 引言

随着我国轨道交通行业的快速发展, 社会各界对轨道车辆设备的安全性、乘坐舒适度、环保性能、绿色出行等方面提出了更高的要求。目前, 轨道列车采用的制动技术主要为电空制动技术, 该技术通过控制压缩空气的压强调整制动力。尽管电空制动技术能满足轨道列车大制动力的需求, 但存在结构复杂、对环境敏感、控制精度低和响应慢的缺陷。电机机械制动 (electromechanical brake, EMB) 技术以其轻量化系统、精确的制动力控制、低系统维护难度、高系统能源利用效率等优点^[1], 具备代替电空制动系统的趋势。EMB采用机电一体化设计, 将驱动电机、减速装置、滚珠丝杠、传感器高度集成化, 利用电能直接驱动摩擦副, 从而产生制动转矩^[2]。然而, EMB是一个多变量、强耦合的复杂系统^[3], 当EMB系统工作时, 系统中存在的机械干涉、制动盘由加工误差和工作磨损产生的厚薄差异^[4]以及装配误差和外力作用带来的制动端面跳动等干扰, 会导致制动力矩和夹紧力数值的波动, 使得EMB系统产生的实际夹紧力无法准确跟踪目标夹紧力。因此, 如何实现轨道列车制动夹紧力的

精确控制, 成为EMB系统研发的关键问题之一^[5]。

为了提升轨道列车EMB系统夹紧力控制的性能, 相关学者开展了大量研究。目前, 轨道列车EMB系统制动力闭环控制常用的方法主要有比例-积分-微分 (proportional-integral-derivative, PID) 控制、模糊控制、滑模控制、模型预测控制等。文献[6]基于传统控制架构, 从外向内依次采用压力、速度和电流级联形式的比例积分 (proportional integral, PI) 控制策略, 实现对夹紧力的闭环控制。文献[5]针对夹紧力控制, 采用速度曲线规划与夹紧力非线性PI控制相结合, 同时将系统中存在的不确定扰动等效为综合干扰项, 提出一种自适应增益超螺旋算法, 提高了电机控制层对未知干扰的鲁棒性和速度跟踪的快速性。文献[7]在PID控制的基础上增加了模糊控制, 能够根据夹紧力的变化, 自适应地调节PID系数, 有效地避免了超调误差, 缩短了系统的调整时间, 提高了轨道列车制动过程的动态性能和稳态性能。文献[8]提出了一种基于最优 H_2 的鲁棒夹紧力控制方法, 针对不完全非线性补偿所带来的未建模动态和参数不确定性进行分析, 并通过最小化 H_2 范数设计了合适的鲁棒控制器。文献[9]基于摩擦补偿和反馈线性化方法, 引入线性无约束模型预测控制 (model predictive control, MPC), 利用预测

基金项目: 安徽省重点研发计划项目 (JZ2023AKKG0336)

通信作者: 常九健, 男, 博士, 副研究员, 硕士生导师, 主要从事电机控制方面的研究; E-mail: cjjcqu@163.com

引用格式: 常九健, 王文龙, 张亚杰. 新型幂指数趋近律的电机机械制动滑模控制[J]. 机车电传动, 2025(4): 71-79.DOI:10.13890/j.issn.1000-128X.2025.03.102.

Citation: CHANG Jiujian, WANG Wenlong, ZHANG Yajie. Sliding mode control of electronic mechanical braking system based on new power exponential[J]. Electric drive for locomotives, 2025(4): 71-79.DOI:10.13890/j.issn.1000-128X.2025.03.102.

前瞻性充分发挥电机力矩的优势,同时通过线性化与后约束策略简化、优化问题,以实现实时应用。然而,对摩擦和刚度等因素的线性化处理效果难以达到预期结果,后约束方法也未能获得最优解。文献[10]提出了一种显式非线性有约束MPC算法,通过最小化二次型性能指标生成显式控制律,并结合离线优化与在线查表的方法来降低计算成本。文献[11]研究了鲁棒近时间最优控制在EMB系统中的应用。试验显示,该方法在控制性能上优于传统级联式PI算法,但对系统精确模型的依赖性较强,同时计算复杂度较高。

在实际制动过程中,轨道列车产生的抖振和EMB复杂的机械结构、振动特性都会导致实际夹紧力无法精确跟踪目标夹紧力,从而影响制动性能。由于滑模控制(sliding mode control, SMC)对不确定性和扰动具有强鲁棒性,被认为是处理不确定非线性系统的有效方法之一^[12-13]。为了解决这一问题,文献[3]根据电机与传动机构的数学模型推导建立了力闭环滑模控制,并在传统的趋近律上进行改进,提出了一种增强型滑模控制趋近律(enhanced sliding mode reaching law, ESMRL),并通过仿真和试验验证所提出算法的有效性和优越性。

本文首先建立驱动电机、传动机构和负载机构的数学模型,在此基础上推导出力闭环滑模控制公式,基于文献[14]提出的滑模趋近律进行改进,提出一种新型幂指数趋近律,通过数学推导证明其收敛时间更短、抖振幅度更小,并通过仿真和试验验证所提出算法的有效性和优越性。

1 轨道列车EMB机构的数学模型

1.1 轨道列车EMB系统描述

EMB系统的主要任务是在接收到电子制动控制单元发出的制动、缓解指令时,通过驱动器控制驱动电机转动,产生由电子制动控制单元计算得到的目标夹紧力值。EMB系统的主要工作原理是通过驱动电机转动,经行星齿轮进行减速增矩,最后由滚珠丝杠将旋转运动转化为直线运动,推动摩擦片压紧制动盘,进而产生所需要的夹紧力,系统结构如图1所示。

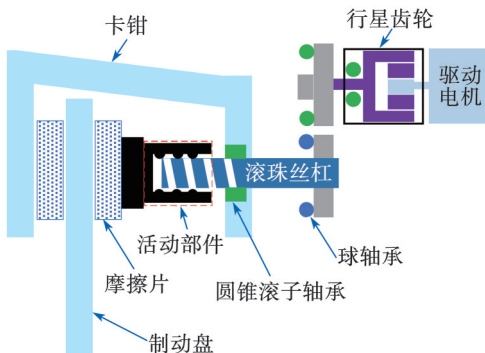


图1 EMB系统结构

Fig. 1 EMB system architecture

1.2 轨道列车EMB系统数学模型

作为EMB系统的重要组成部分,机电执行器是EMB系统的动力来源,其驱动电机选用的是永磁同步电机(permanent magnet synchronous motor, PMSM)。PMSM是一个非线性、多变量的系统,经过坐标变换后,即可转化为在 $d-q$ 坐标系下的数学模型。

①电压方程为

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + pL_d & -\omega_e L_q \\ \omega_e L_d & R_s + pL_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_e \psi_f \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: u_d 、 u_q 分别为 d 轴、 q 轴定子电压分量; i_d 、 i_q 分别为 d 轴、 q 轴定子电流分量; L_d 、 L_q 分别为电感在 d 轴、 q 轴上的分量; R_s 为定子电阻; ω_e 为电角速度; p 为微分算子; ψ_f 为转子磁链。

②磁链方程为

$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= L_d i_d + \psi_f \\ \psi_q &= L_q i_q \\ \psi_s &= \sqrt{\psi_d^2 + \psi_q^2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: ψ_d 、 ψ_q 分别为定子磁链在 d 轴、 q 轴分量; ψ_s 为定子磁链。

③电磁转矩方程为

$$T_e = \frac{3}{2} p_n i_q \left[i_d (L_d - L_q) + \psi_f \right] \quad (3)$$

式中: T_e 为电磁转矩; p_n 为永磁电机极对数。

④电机运动方程为

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_e - T_L - B\omega_m \quad (4)$$

式中: J 为电机转动惯量; ω_m 为电机机械角速度; T_e 为电磁转矩; T_L 为电机负载力矩; B 为阻尼系数。

滚珠丝杠将行星齿轮的旋转运动转换为轴向运动。不考虑弹性变形,其运动学方程为

$$x_b = \frac{\theta_m L_0}{2\pi i_g} \quad (5)$$

式中: x_b 为滚珠丝杠的位移; θ_m 为电机转过的机械角度; L_0 为滚珠丝杠的导程; i_g 为行星齿轮的减速比。

夹紧力是通过滚珠丝杠带动闸片压紧制动盘而产生的,根据滚珠丝杠导程和行星齿轮的传动比,可以得到驱动电机所受负载与夹紧力 F_{cl} 的关系为

$$F_{cl} = \frac{2\pi i_g}{L_0} \times T_L \quad (6)$$

为了后续滑模控制的设计,通过拟合EMB台架试验结果,考虑制动闸片和制动盘之间的间隙,滚珠丝杠的位移与夹紧力之间的数学关系近似为

$$F_{cl} = \begin{cases} k_s(x_b - D), & x_b \geq D \\ 0, & 0 \leq x_b < D \end{cases} \quad (7)$$

式中: k_s 为夹紧力与滚珠丝杠位移的拟合线性系数; D 为初始制动间隙。

图2为试验所测得的夹紧力与滚珠丝杠位移大小关

系拟合图。

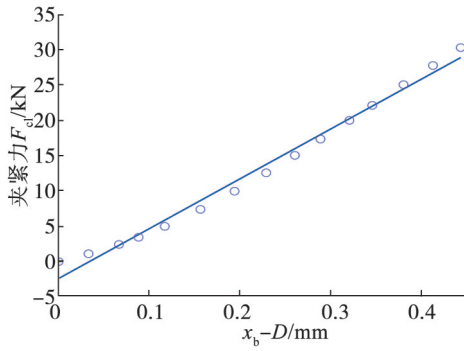


图2 滚珠丝杠位移与夹紧力线性拟合

Fig. 2 Linear fitting of ball screw displacement and clamping force

2 增强型幂指数趋近律

2.1 收敛时间分析

在SMC中, 控制动作可分为两个阶段——到达阶段和滑动阶段。为更好地利用滑模运动的鲁棒性, 提高到达时间是非常重要的; 同时, 还需要注意减轻或消除滑模运动过程中的抖动, 从而获得平滑控制。文献[14]指出采用指数趋近律 (exponential reaching law, ERL) 控制是有效缓解滑模抖振的方法之一, 本文在此基础上提出一种增强型幂指数趋近律 (enhanced power exponential reaching law, EPERL), 与ERL相比, 该趋近律在趋近时间和抖振抑制方面都取得了实质性改善。

ERL的数学表达式为:

$$\left. \begin{aligned} \dot{s} &= -\frac{k}{N(s)} \cdot \text{sgn}(s) \\ N(s) &= \delta_0 + (1 - \delta_0)e^{-\alpha|s|^p} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中: s 表示滑模面; \dot{s} 为滑模变量 s 的时间导数; k 、 δ_0 、 p 、 α 为相关系数, 其中 $k > 0$, $p > 0$, $\alpha > 0$, $1 > \delta_0 > 0$; $\text{sgn}(s)$ 为符号函数, $\text{sgn}(s)$ 取值为

$$\text{sgn}(s) = \begin{cases} 1, & s > 0 \\ 0, & s = 0 \\ -1, & s < 0 \end{cases}$$

本文在ERL的基础上进行优化, 结合文献[15]提到的控制律 $k_2|s|^\beta s$ 项并改进, 从而得到本文提出的 EPERL 的数学表达式如式 (9)。

$$\left. \begin{aligned} \dot{s} &= -\frac{k_e}{N_e(s)} \cdot |s|^{\beta_{e1}} \cdot \text{sgn}(s) - q \cdot |s|^{\beta_{e2} \cdot \text{sgn}(|s|-1)} \cdot s \\ N_e(s) &= \delta_{0e} + (1 - \delta_{0e})e^{-\alpha_e|s|^{p_e}} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中: $k_e > 0$; $1 > \delta_{0e} > 0$; $p_e > 0$; $\alpha_e > 0$; $1 > \beta_{e1} > 0$; $1 > \beta_{e2} > 0$; $q > 0$ 。

考虑 EPERL 的第一项, 将只有第一项的趋近律称为幂指数趋近律 (power exponential reaching law,

PERL), 其表达式为:

$$\left. \begin{aligned} \dot{s} &= -\frac{k_i}{N_i(s)} \cdot |s|^{\beta_i} \cdot \text{sgn}(s) \\ N_i(s) &= \delta_{0i} + (1 - \delta_{0i})e^{-\alpha_i|s|^{p_i}} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中: $k_i > 0$; $1 > \delta_{0i} > 0$; $p_i > 0$; $\alpha_i > 0$; $1 > \beta_{i1} > 0$; $1 > \beta_{i2} < 0$; $q > 0$ 。

在保持与 ERL 对应系数相同的情况下, 其收敛到滑模面 $s=0$ 所用的时间比 ERL 更短, 证明如下:

假设 $s(0)$ 为滑模面函数的初始值, 根据文献[14], ERL 滑模面变量 s 到达滑模面 $s=0$ 的时间为

$$t_r = \frac{1}{k} \left[\delta_0 |s(0)| + (1 - \delta_0) \int_0^{|s(0)|} e^{-\alpha|s|^p} ds \right] \quad (11)$$

由式(10)可得到 PERL 的滑模面变量 s 到达滑模 $s=0$ 的时间, 具体为

$$dt = -\frac{[\delta_{0i} + (1 - \delta_{0i})e^{-\alpha_i|s|^{p_i}}]}{k_i |s|^{\beta_i} \cdot \text{sgn}(s)} ds \quad (12)$$

假设 PERL 的到达时间为 t_{ri} , 则对式(12)两边积分, 时间变量从 0 至 t_{ri} 、滑模面变量从 $s(0)$ 至 0, 可得

$$t_{ri} = -\int_{s(0)}^0 \frac{[\delta_{0i} + (1 - \delta_{0i})e^{-\alpha_i|s|^{p_i}}]}{k_i |s|^{\beta_i} \cdot \text{sgn}(s)} ds = \int_0^{s(0)} \frac{\delta_{0i}}{k_i |s|^{\beta_i} \cdot \text{sgn}(s)} ds + \int_0^{s(0)} \frac{(1 - \delta_{0i})e^{-\alpha_i|s|^{p_i}}}{k_i |s|^{\beta_i} \cdot \text{sgn}(s)} ds \quad (13)$$

当 $t < t_{ri}$ 时, $s < 0$, 此时

$$t_{ri} = \int_0^{-s(0)} \frac{\delta_{0i}}{k_i |s|^{\beta_i}} ds + \int_0^{-s(0)} \frac{(1 - \delta_{0i})e^{-\alpha_i|s|^{p_i}}}{k_i |s|^{\beta_i}} ds \quad (14)$$

当 $t < t_{ri}$ 时, $s > 0$, 此时

$$t_{ri} = \int_0^{s(0)} \frac{\delta_{0i}}{k_i |s|^{\beta_i}} ds + \int_0^{s(0)} \frac{(1 - \delta_{0i})e^{-\alpha_i|s|^{p_i}}}{k_i |s|^{\beta_i}} ds \quad (15)$$

联立式(14)和式(15), 得到 PERL 的到达时间 t_{ri} 为

$$t_{ri} = \int_0^{|s(0)|} \frac{\delta_{0i}}{k_i |s|^{\beta_i}} ds + \int_0^{|s(0)|} \frac{(1 - \delta_{0i})e^{-\alpha_i|s|^{p_i}}}{k_i |s|^{\beta_i}} ds = \frac{1}{k_i} \left[\delta_{0i} \frac{|s(0)|^{1-\beta_i}}{1-\beta_i} + (1 - \delta_{0i}) \int_0^{|s(0)|} e^{-\alpha_i|s|^{p_i}} \cdot |s|^{-\beta_i} ds \right] \quad (16)$$

式(16)中的 $\int_0^{|s(0)|} e^{-\alpha_i|s|^{p_i}} \cdot |s|^{-\beta_i} ds$ 可以表示为“Γ函数”的形式, 即

$$e^{-\alpha_i|s|^{p_i}} \cdot |s|^{-\beta_i} ds \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\Gamma\left(\frac{1-\beta_i}{p_i}\right) - \Gamma\left(\frac{1-\beta_i}{p_i}, \alpha_i|s(0)|^{p_i}\right)}{p_i \alpha_i^{1/p_i}} \quad (17)$$

其中

$$\Gamma\left(\frac{1-\beta_i}{p_i}\right) = \int_0^\infty t^{\frac{1-\beta_i}{p_i}-1} e^{-t} dt$$

$$\Gamma\left(\frac{1-\beta_i}{p_i}, \alpha_i |s(0)|^{p_i}\right) = \int_{\alpha_i |s(0)|^{p_i}}^{\infty} t^{\frac{1-\beta_i}{p_i}-1} e^{-t} dt$$

根据 Γ 函数的性质, 可得

$$\Gamma\left(\frac{1-\beta_i}{p_i}, \alpha_i |s(0)|^{p_i}\right) \ll \Gamma\left(\frac{1-\beta_i}{p_i}\right) \quad (18)$$

假设 $\Gamma\left(\frac{1-\beta_i}{p_i}, \alpha_i |s(0)|^{p_i}\right) \approx 0$, 则

$$\int_0^{|s(0)|} e^{-\alpha_i |s|^{p_i}} \cdot |s|^{-\beta_i} ds \leq \alpha_i^{\beta_i/p_i} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{1-\beta_i}{p_i}\right)}{p_i \alpha_i^{1/p_i}} \quad (19)$$

结合式(15), 可得到

$$t_{ri} \leq \frac{\delta_{0i}}{k_i} \cdot \frac{|s(0)|^{1-\beta_i}}{1-\beta_i} + \frac{1-\delta_{0i}}{k_i} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{1-\beta_i}{p_i}\right)}{p_i \alpha_i^{1/p_i}} \quad (20)$$

为了证明设计的PERL的到达时间 t_{ri} 比ERL的到达时间 t_r 短, 设PERL的预计到达时间 t_{rdi} 为

$$t_{rdi} = \frac{\delta_{0i}}{k_i} \cdot \frac{|s(0)|^{1-\beta_i}}{1-\beta_i} + \frac{1-\delta_{0i}}{k_i} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{1-\beta_i}{p_i}\right)}{p_i \alpha_i^{1/p_i}} \quad (21)$$

且有

$$t_{ri} < t_{rdi} \quad (22)$$

$$\text{对于式(21), 若 } \alpha_i \gg \left[\frac{(1-\delta_{0i}) \cdot \Gamma\left(\frac{1-\beta_i}{p_i}\right) \cdot (1-\beta_i)}{\delta_{0i} |s(0)|^{1-\beta_i}} \right]^{\frac{p_i}{1-\beta_i}},$$

则

$$t_{rdi} \approx \frac{\delta_{0i}}{k_i} \cdot \frac{|s(0)|^{1-\beta_i}}{1-\beta_i} \quad (23)$$

在满足一定的条件下, k_i 的取值为

$$k_i \approx \frac{\delta_{0i}}{t_{rdi}} \cdot \frac{|s(0)|^{1-\beta_i}}{1-\beta_i} \quad (24)$$

根据文献[14], 对于ERL, 当 $\alpha_i \gg \left(\frac{1-\delta_0}{\delta_0 |s(0)|}\right)^{1/p}$

时, 滑模面变量 s 到达滑模面 $s=0$ 的预计达到时间 t_{rd} 为

$$t_{rd} = \frac{\delta_0}{k} \cdot |s(0)|, \quad t_{rd} < t_r \quad (25)$$

同时, k 的取值为

$$k \approx \frac{\delta_0}{t_{rd}} \cdot |s(0)| \quad (26)$$

当 $\delta_0 = \delta_{0i}$ 和 $k = k_i$ 时, 则

$$t_{rd} - t_{rdi} \approx \frac{\delta_{0i}}{k_i} \cdot |s(0)| \cdot \left[1 - \frac{1}{(1-\beta_i) \cdot |s(0)|^\beta} \right] \quad (27)$$

对于式(27), 当 $\frac{1}{(1-\beta_i) \cdot |s(0)|^\beta} < 1$ (即 $|s(0)| >$

$(1-\beta_i)^{-1/\beta_i}$) 时, 有

$$1 - \frac{1}{(1-\beta_i) \cdot |s(0)|^\beta} > 0, \quad \forall |s(0)| > (1-\beta_i)^{-1/\beta_i} \quad (28)$$

从而得到

$$t_{rd} - t_{rdi} \approx \frac{\delta_{0i}}{k_i} \cdot |s(0)| \cdot \left[1 - \frac{1}{(1-\beta_i) \cdot |s(0)|^\beta} \right] > 0, \quad \forall |s(0)| > (1-\beta_i)^{-1/\beta_i} \quad (29)$$

结合式(22)和式(24), 可得

$$t_{ri} < t_r \quad (30)$$

综上所述, PERL的收敛时间比ERL更短。

考虑EPERL的第二项 $q \cdot |s|^{\beta_{e2} \cdot \text{sgn}(|s|-1)} \cdot s$, 并对比 $q \cdot |s|^{\beta_{e2}} \cdot s$ 项。当 $|s| > 1$ 时, 两项相等; 当 $|s| \leq 1$ 时, 显然有 $q \cdot |s|^{-\beta_{e2}} \cdot s > q \cdot |s|^{\beta_{e2}} \cdot s$, 即 $q \cdot |s|^{\beta_{e2} \cdot \text{sgn}(|s|-1)} \cdot s$ 的收敛速度更快, 同时在 s 趋近于0时, $q \cdot |s|^{\beta_{e2} \cdot \text{sgn}(|s|-1)} \cdot s$ 项也会趋近于0。考虑到ERL在 $|s| \leq 1$ 时, 其趋向于滑动模式运动的速度会放缓, EPERL的第二项 $q \cdot |s|^{\beta_{e2} \cdot \text{sgn}(|s|-1)} \cdot s$ 的加入不仅弥补了这一缺点, 而且同时在 $|s| > 1$ 时可以增加其趋向滑动模式运动的速度。

综上所述, 在所述参数满足的条件下, PERL的收敛时间比ERL更短, EPERL第二项 $q \cdot |s|^{\beta_{e2} \cdot \text{sgn}(|s|-1)} \cdot s$ 的加入, 可以使其收敛速度比PERL、ERL更快。

2.2 抖振情况分析

SMC的抖振主要由其开关函数项决定, 对于EPERL, 对式(9)进行前向欧拉离散化, 可得

$$\frac{s(t+1) - s(t)}{T_e} = -\frac{k_e}{N_e(s)} \cdot |s(t)|^{\beta_{e1}} \cdot \text{sgn}(s(t)) - q \cdot |s|^{\beta_{e2} \cdot \text{sgn}(|s|-1)} \cdot s \quad (31)$$

式中: $s(t)$ 、 $s(t+1)$ 分别为 t 时刻、 $t+1$ 时刻滑模面变量 s 的大小。

经过整理, 可以得到 $t+1$ 时刻滑模面变量 s 为

$$s(t+1) = -\frac{T_e k_e}{\delta_{0e} + (1-\delta_{0e}) e^{-\alpha_e |s(t)|^{p_e}}} \cdot |s(t)|^{\beta_{e1}} \cdot \text{sgn}(s(t)) - T_e \cdot q \cdot |s|^{\beta_{e2} \cdot \text{sgn}(|s|-1)} \cdot s(t) + s(t) \quad (32)$$

当滑模面变量 s 不断地趋近于0, 分析此时的滑模抖振情况, 可以将 $s(t)$ 分为 $s(t) = 0^+$ 与 $s(t) = 0^-$ 两种情况, 具体如下:

① $s(t) = 0^+$ 情况下, 滑模面变量 s 为

$$s(t+1) = -T_e k_e |0^+|^{\beta_{e1}} \cdot \text{sgn}(0^+) + 0^+ \approx 0 \quad (33)$$

② $s(t) = 0^-$ 情况下, 滑模面变量 s 为

$$s(t+1) = -T_e k_e |0^-|^{\beta_{e1}} \cdot \text{sgn}(0^-) + 0^- \approx 0 \quad (34)$$

综上, EPERL的抖振幅度 $\zeta_e \approx 0$ 。

因此, 对于EPERL, 当滑模面变量 s 从 $s(0)$ 到

$s(t)=0$ 变化过程中, 其抖振幅度 ζ_e 也会降为0。

同理, 对于ERL, 对式(8)进行前向欧拉分解, 可以得到其抖振幅度为

$$\zeta = 2Tk \quad (35)$$

式中: T 为ERL对应的离散采样时间。

由此得到, 当EPERL在滑模面变量 s 收敛到滑模面 $s=0$ 时, 其抖振幅度比ERL更小, 即 $\zeta_e < \zeta$ 。

3 轨道列车 EMB 系统滑模控制

3.1 轨道列车 EMB 系统滑模控制的构建

对于 EMB 系统夹紧力的控制, 结合传动模型和负载模型构建制动力闭环滑模控制, 使得实际夹紧力可以精确跟踪目标夹紧力, 并且当 EMB 系统受到外界干扰时, 可以使实际夹紧力的控制在更大程度上排除这些干扰, 增强 EMB 系统的鲁棒性。

滑模控制的构建过程如下:

①确定 EMB 系统的状态变量, 该状态变量可表示为:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= F_{\text{tar}} - F_{\text{cl}} \\ x_2 &= \dot{x}_1 = \dot{F}_{\text{tar}} - \dot{F}_{\text{cl}} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

式中: x_1 、 x_2 为状态变量; F_{tar} 为目标夹紧力。

②结合驱动电机方程、滚珠丝杠位移与夹紧力关系的方程, 可以进一步得到:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= \dot{F}_{\text{tar}} - a\omega_m \\ \dot{x}_2 &= \ddot{F}_{\text{tar}} - \frac{a}{J}(K_T i_q - T_L - B\omega_m) \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

其中

$$a = \frac{k_s L_0}{2\pi i_g}$$

$$K_T = \frac{3}{2} \psi_f P_n \quad (\text{PMSM 采用 } i_d = 0 \text{ 的控制方式})$$

③为了减小误差, 同时提高系统的响应速度, 设计一种积分滑模面如下:

$$s = c_1 x_1 + c_2 \int_0^t x_1 d\tau + x_2 \quad (38)$$

式中: c_1 、 c_2 为相关系数, 其取值约为正常数。

对式(38)进行求导, 可得

$$\dot{s} = c_1 \dot{x}_1 + c_2 x_1 + \dot{x}_2 \quad (39)$$

④根据所设计的滑模趋近率和滑模面函数, 可以得到输入的参考电流为

$$i_q^* = \frac{J}{aK_T} \left[c_1 x_2 + \dot{F}_{\text{tar}} + \frac{a}{J} T_L + \frac{a}{J} B\omega_m + c_2 x_1 + \frac{k_e}{N_e(x)} \cdot \text{sgn}(s) + q \cdot |s|^{\beta_e \cdot \text{sgn}(|s|-1)} \cdot s \right] \quad (40)$$

3.2 稳定性分析

为了验证 EPERL 的稳定性, 选取 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} s^2, \text{ 对其求导, 可得}$$

$$\dot{V} = s\dot{s} = s \left[-\frac{k_e}{\delta_{0e} + (1 - \delta_{0e})e^{-\alpha_e |s|^{p_e}}} \cdot |s|^{\beta_e} \cdot \text{sgn}(s) - q \cdot |s|^{\beta_e \cdot \text{sgn}(|s|-1)} \cdot s \right] \quad (41)$$

由式(43)可知, \dot{V} 总是小于0, 因此本文设计的 EPERL 是稳定有效的。

4 仿真分析

为了验证本文所提控制策略的有效性, 在软件 MATLAB/Simulink 中搭建 EMB 系统模型和控制策略模型, 包括负载模型、传动机构模型、电机摩擦模型、电机模型等, 制动器主要部件的性能参数如表1所示。其中: ①滑模控制 ERL 的参数为: $k=1000$, $\delta_0=0.1$, $\alpha=60$, $p=1$; ②滑模控制 PERL 的参数为: $k_i=1000$, $\delta_{0i}=0.1$, $\alpha_i=60$, $p_i=1$, $\beta_i=0.4$; ③滑模控制 EPERL 的参数为: $k_e=1000$, $\delta_{0e}=0.1$, $\alpha_e=60$, $p_e=1$, $\beta_e=0.4$, $q=30$; ④滑模面的参数为: $c_1=35$, $c_2=50$; ⑤PI 参数的选取为: 力闭环 $K_p=25$, $I_p=0.5$; 转速环 $K_s=25$, $I_s=0.3$; 电流环 $K_{Cq}=K_{Cd}=0.2$, $I_{Cq}=I_{Cd}=0.1$ 。

表1 制动器主要部件性能参数

Table 1 Performance parameters of main components of the braking system

参数名称	参数值	参数名称	参数值
行星齿轮减速比 i_g	55:1	电机转动惯量 $J/(\text{kg} \cdot \text{cm}^2)$	0.01
滚珠丝杠导程 L_0/mm	5	反电势常数 $K_e/(\text{V} \cdot (10^3 \text{r} \cdot \text{min}^{-1})^{-1})$	1.08
电机驱动电压 V_0/V	12	dq 轴电感 L/mH	0.016
电机空载转速/ ($\text{r} \cdot \text{min}^{-1}$)	7 500	额定转矩/ $(\text{N} \cdot \text{m})$	0.20
电机转矩系数	0.018	电机最大堵转转矩/ $(\text{N} \cdot \text{m})$	0.83
电机极对数 p_n	10	线电阻 R/Ω	0.04

为验证 EPERL 动态响应性能, 对目标夹紧力 30 kN 的阶跃工况, 采用 4 种不同的控制算法对实际夹紧力变化进行仿真, 仿真结果如图 3 所示。

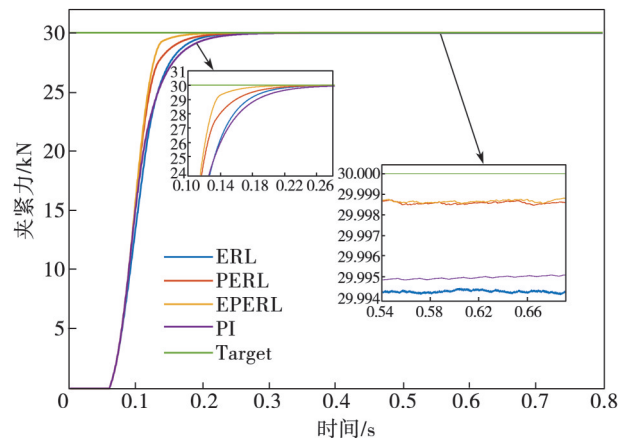


图3 30 kN 夹紧力阶跃工况

Fig. 3 Step-change condition of 30 kN clamping force

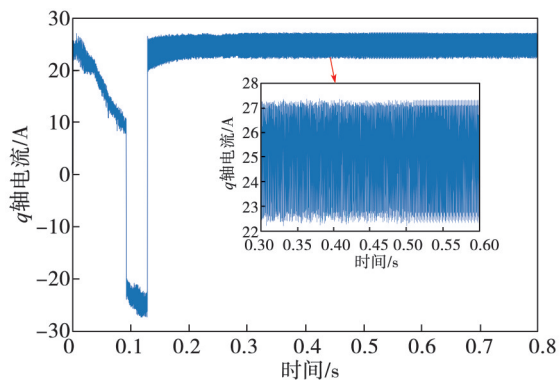
由图3可知, 在不同控制算法的控制下, 最终的夹

紧力大致相同,不同算法的响应时间如表2所示,其中本文所提的 EPERL 响应时间比其他3种控制算法短;同时,当夹紧力进入稳定跟踪状态时,PERL 和 EPERL 的抖振幅度比 ERL 更低,这表明 sgn 函数是决定 SMC 进入滑模状态的主要项,并且本文所提的新的算法对于 sgn 项的优化,能够有效改善其抖振幅度。

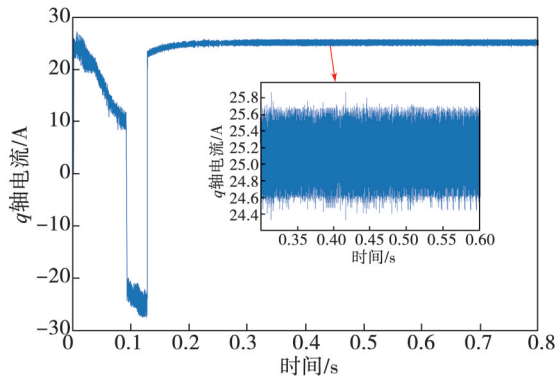
表2 控制算法的响应时间
Table 2 Response time of control algorithm

控制算法	响应时间/ms
PI	367
ERL	319
PERL	296
EPERL	250

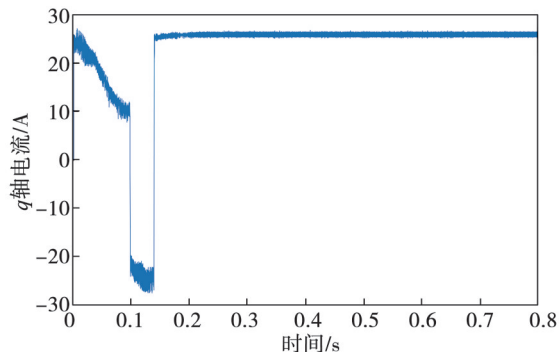
由于驱动电机——永磁同步电机采用“ $i_d=0$ ”的控制方式,因此给电机提供功率的主要是 q 轴电流,其抖振对驱动器的性能有很大影响。夹紧力跟踪过程中的 q 轴电流动态变化如图4所示,达到稳态时不同算法的电流标准差值如表3所示。



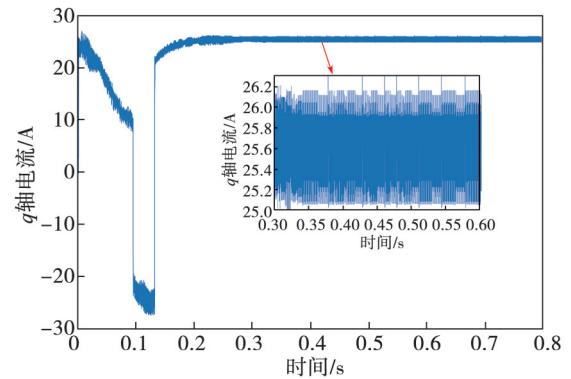
(a) ERL



(b) PERL



(c) EPERL



(d) PI

图4 q 轴电流变化情况Fig. 4 Variations in q -axis current表3 q 轴电流标准差Table 3 q -axis current standard deviation

控制算法	标准差值/A
PI	0.231 4
ERL	1.211 0
PERL	0.221 5
EPERL	0.213 4

由图4可知,在对夹紧力稳定跟踪时,PERL 算法的抖振幅度比 ERL 有了很大程度的改善,但其达到稳定需要一定的过渡时间;对于加入速度相 $q \cdot |s|^{\beta_2 \cdot \text{sgn}(|s|-1)} \cdot s$ 的 EPERL 而言,能使电流更快地过渡至稳定状态,并且到达稳态时电流的抖振情况与 ERL 相似。

5 试验验证

为了进一步验证本文提出的 EPERL 算法在响应时间和抗干扰能力上的优越性,并与 ERL、PERL、PI 等4种控制算法进行性能比较,搭建如图5所示的 EMB 系统试验台架。试验使用的 EMB 执行机构为中车威墅堰机车有限公司设计的前轮静态 EMB 总成,总成包括驱动电机卡钳、制动盘等,实物如图6所示。

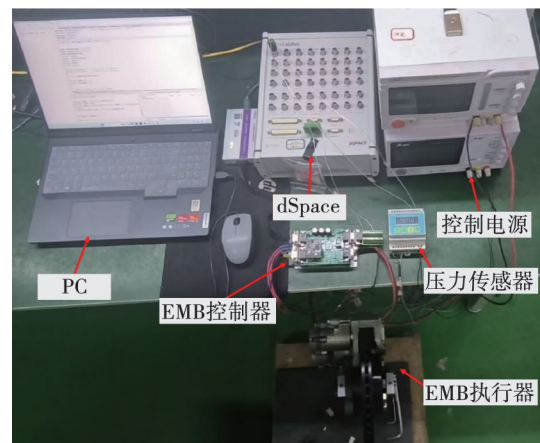


图5 EMB 系统试验台架

Fig. 5 EMB system test bench

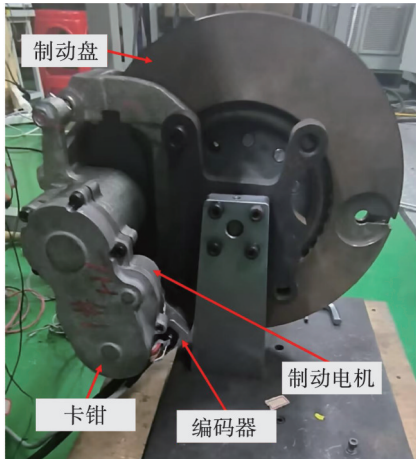


图6 EMB执行机构总成
Fig. 6 EMB actuator assembly

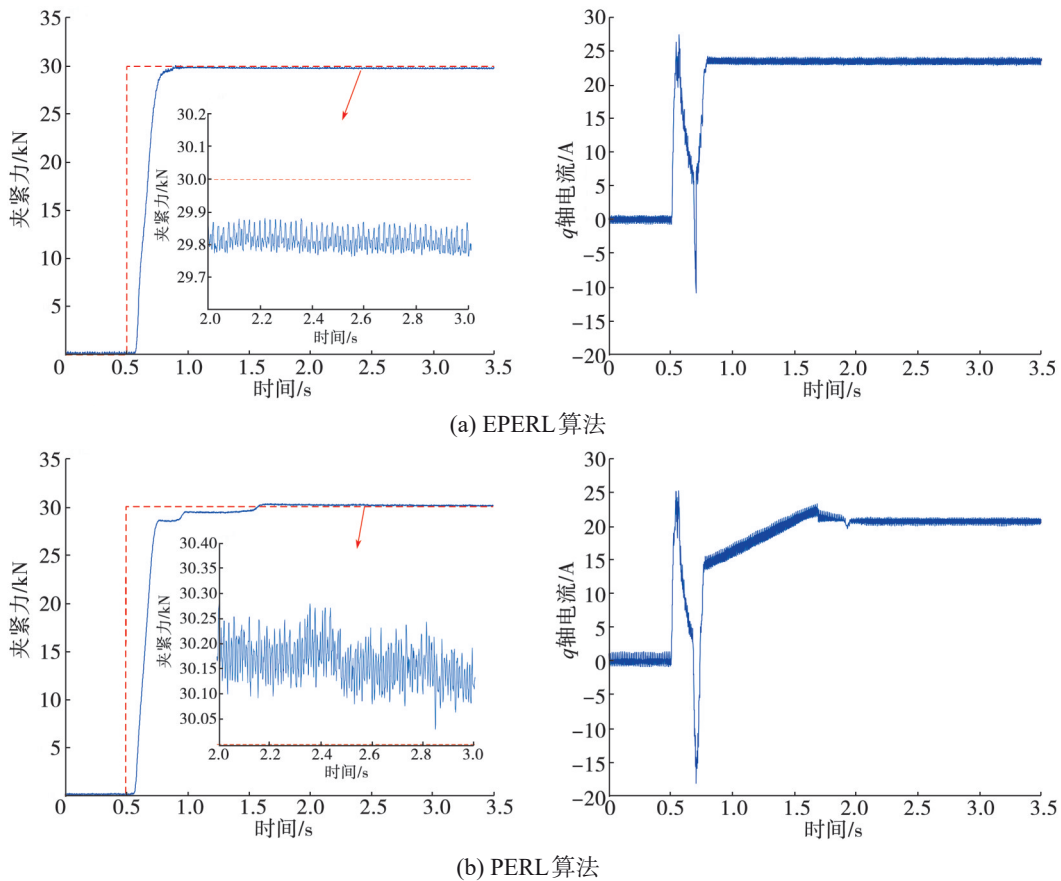
永磁同步电机的参数与表1中的电机参数一致, 由于其转动惯量较小, 因此能够实现对控制指令的快速响应; 电机具有较低的电磁时间常数, 这不仅可提升电流响应速度, 还拓宽了电流环的工作带宽, 显著增强了系统的动态性能。这些特性使其非常契合 EMB 系统的应用需求。

为了在快速复杂变工况下采集滚珠丝杠与制动盘之间的夹紧力, 选用艾利逊公司的 TW20A 型压力传感器作为压力测量元件, 设置传感器最大量程为 50 kN, 测量精度为 1 N, 采样频率为 1 600 Hz。同时, 为了最真实地反映实际夹紧力, 关闭传感器内置的滤波功能, 避免压力传感器由于滤波而产生信号延迟。将

传感器的模拟量输出端与 MicroLabBox 的 ADC 采样接口相连, 在 Simulink 搭建 ADC 采样的模型并配置好 ADC 采样系数, 最后通过 ControlDesk 软件记录并检测实际夹紧力值。

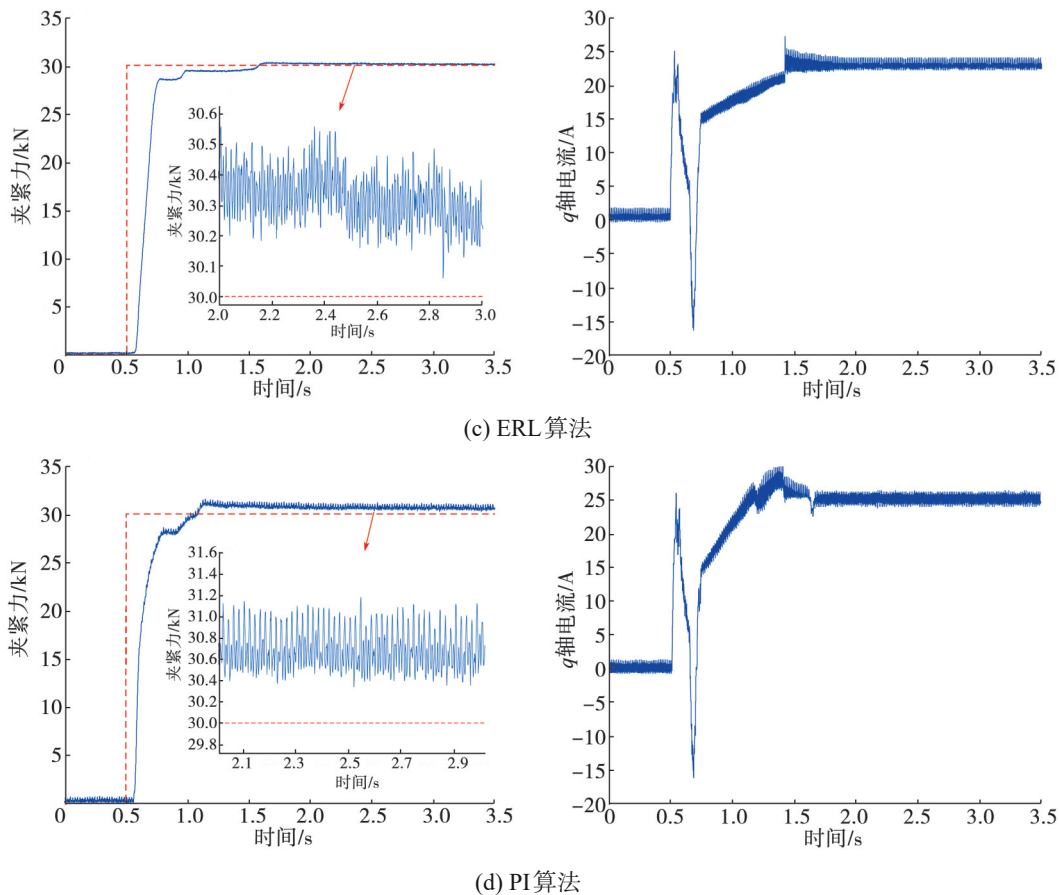
每次试验前保持滚珠丝杠与制动盘之间的初始制动间隙为 0.2 mm, 通过上位机向驱动板发送 30 kN 的阶跃力, EMB 系统首先会消除滚珠丝杠与制动盘之间的间隙, 然后向制动盘压紧达到目标夹紧力。采用 4 种不同算法所得到的夹紧力和试验结果如图 7 所示。

由图 7 可知: ① EPERL 算法可以在较短时间内达到目标夹紧力, 而且在 EMB 系统实际夹紧力达到目标夹紧力后, 其波动范围在 100 N 之内, 其 q 轴电流可以直接达到目标夹紧力所需的电流, 响应速度快。② 对于 PERL 算法, 在给出目标阶跃夹紧力后, 实际夹紧力在开始阶段增长较快, 但是在达到 28 kN 左右时, 会出现阶梯性加载的现象; 从 q 轴电流变化情况来看, 为达到目标夹紧力所需的电流, q 轴电流需要经过一段时间的过渡, 这一时间增大了响应时间。这表明在 PERL 算法基础上加入 $q \cdot |s|^{\beta_2} \cdot \text{sgn}(s)^{-1} \cdot s$ 项可以使实际夹紧力在要达到目标夹紧力时, 控制器能给予驱动电机准确的输入, 从而克服阶梯性加载情况的出现。当实际夹紧力达到目标夹紧力后, 实际夹紧力的波动与 EPERL 算法类似, 在 100 N 范围内波动。③ 对于 ERL 算法, 其阶梯性加载的情况较 PERL 算法更加明显, 在实际夹紧力达到目标夹紧力后, 其波动范围在 300 N 之内, 相比



(a) EPERL 算法

(b) PERL 算法

图7 阶跃工况夹紧力和 q 轴电流大小Fig. 7 Clamping force and q -axis current magnitude under step-change condition

于EPERL算法和PERL算法波动较大；对于 q 轴电流，也是需要经过一段时间才能达到稳定值，而且在稳定值的附近，可以明显地看到其波动相比于EPERL算法与PERL算法大。④对于PI控制算法，阶梯性加载的情况也会出现，而且在实际夹紧力达到目标夹紧力后，其波动较滑模控制算法大，波动范围在800 N内，并且 q 轴电流的波动也比较大。这表明在实际的工况下EMB系统存在外部噪声的干扰，单纯的PI控制并不能很好地应对外部扰动问题，鲁棒性较差，而滑模控制则可以有效地削弱外部扰动影响，能有效地控制夹紧力波动。

6 结束语

为构建轨道列车EMB系统滑模控制，本文在已有的滑模控制算法ERL的基础上进行了优化改进，提出了PERL算法和EPERL算法。首先，通过数学分析验证了PERL算法的收敛时间比ERL算法短，并在PERL的基础上通过加入 $q \cdot |s|^{\beta} \cdot \text{sgn}(s)^{\alpha-1} \cdot s$ 项得到EPERL算法，使得目标在快要达到滑模面时，依旧能够保持较快的速度；其次，通过仿真对4种不同的控制算法进行比较，验证了本文所提的EPERL算法可以使EMB系统有更短的响应时间，同时在实际夹紧力达到目标加紧

力后， q 轴堵转电流相比传统的ERL算法波动较小；最后，通过试验验证了EPERL算法在响应时间和实际夹紧力波动控制方面的优越性。

参考文献：

- [1] 吴萌岭, 马天和, 田春, 等. 列车制动技术发展趋势探讨[J]. 中国铁道科学, 2019, 40(1): 134-144.
WU Mengling, MA Tianhe, TIAN Chun, et al. Discussion on development trend of train braking technology[J]. China railway science, 2019, 40(1): 134-144.
- [2] 杨磊, 苗峰, 王帅, 等. 电子机械制动夹钳的设计及其试验研究[J]. 机电工程, 2022, 39(5): 648-654.
YANG Lei, MIAO Feng, WANG Shuai, et al. Design and experimental research of electronic mechanical brake clamp [J]. Mechanical & electrical engineering magazine, 2022, 39 (5): 648-654.
- [3] ZHAO Yiyun, LIN Hui, LI Bingqiang. Sliding-mode clamping force control of electromechanical brake system based on enhanced reaching law[J]. IEEE access, 2021, 9: 19506-19515. DOI: 10.1109/ACCESS.2021.3052944.
- [4] 王孔龙, 陈海军, 童成前, 等. 摩擦片厚薄差对制动器拖滞力矩的影响分析[J]. 公路与汽运, 2014(1): 8-11.
WANG Konglong, CHEN Haijun, TONG Chengqian, et al. Analysis of the effect of friction pad thickness variation on brake drag torque[J]. Highways and automotive applica-

- tions, 2014(1): 8-11.
- [5] 赵逸云, 林辉, 李兵强. 有轨电车电子机械制动系统夹紧力控制优化方法[J]. 电机与控制学报, 2024, 28(7): 141-151.
ZHAO Yiyun, LIN Hui, LI Bingqiang. Optimization control method for clamping force control of electromechanical brake system of tram[J]. Electric machines and control, 2024, 28(7): 141-151.
- [6] XU Z, GERADA C. Enhanced force estimation for electromechanical brake actuators in transportation vehicles[J]. IEEE transactions on power electronics, 2021, 36(12): 14329-14339. DOI: 10.1109/TPEL.2021.3085996.
- [7] 张睿. EMB夹紧力控制策略研究及实验平台的开发[D]. 长沙: 湖南大学, 2019.
ZHANG Rui. Research on EMB clamping force control strategy and development of experimental platform[D]. Changsha: Hunan University, 2019.
- [8] LINE C, MANZIE C, GOOD M. Robust control of an automotive electromechanical brake[J]. IFAC proceedings volumes, 2007, 40(10): 579-586. DOI: 10.3182/20070820-3-US-2918.00078Get rights and content.
- [9] LINE C, MANZIE C, GOOD M C. Electromechanical brake modeling and control: from PI to MPC[J]. IEEE transactions on control systems technology, 2008, 16(3): 446-457. DOI: 10.1109/TCST.2007.908200.
- [10] LEE C F, MANZIE C, LINE C. Explicit nonlinear MPC of an automotive electromechanical brake[J]. IFAC proceedings volumes, 2008, 41(2): 10758-10763. DOI: 10.3182/20080706-5-kr-1001.01824.
- [11] LEE C F, MANZIE C. Near-time-optimal tracking controller design for an automotive electromechanical brake[J]. Proceedings of the institution of mechanical engineers, Part I: journal of systems and control engineering, 2012, 226(4): 537-549. DOI: 10.1177/0959651811422164.
- [12] DING S H, PARK J H, CHEN C C. Second-Order sliding mode controller design with output constraint[J]. Automatica, 2020, 112: 108704.
- [13] DING S H, CHEN W H, MEI K Q, et al. Disturbance observer design for nonlinear systems represented by input-output models[J]. IEEE transactions on industrial electronics, 2020, 67(2): 1222-1232. DOI: 10.1109/TIE.2019.2898585.
- [14] FALLAHA C J, SAAD M, KANAAN H Y, et al. Sliding-mode robot control with exponential reaching law[J]. IEEE transactions on industrial electronics, 2011, 58(2): 600-610. DOI:10.1109/TIE.2010.2045995.
- [15] TIAO Liang, CHEN Qiang, NAN Yurong, et al. Double hyperbolic reaching law with chattering-free and fast convergence[J]. IEEE Access, 2018, 6: 27717-27725. DOI:10.1109/ACCESS.2018.2838127.

Sliding mode control of electronic mechanical braking system based on new power exponential

CHANG Jiujian, WANG Wenlong, ZHANG Yajie

(School of Automotive and Transportation Engineering, Hefei University of Technology, Hefei, Anhui 230000, China)

Abstract: Clamping force control is an important aspect of electronic mechanical braking (EMB) systems used in trains. Given the fluctuations in braking torque and pressure caused by the thickness differences, mechanical interference, and end face runout of the brake discs in trains' electronic mechanical braking systems, a force closed-loop sliding mode control algorithm has been developed, featuring greater robustness than traditional PI algorithms. In response to the vibration and judder associated with sliding mode control, an improvement has been made to the exponential reaching law, leading to the proposal of a new power exponential reaching law. Through mathematical derivation, it is proven that its convergence time is shorter and the amplitude of vibration and judder is smaller. The comparative analysis between the simulation results and experimental data shows that under the control of the power exponential reaching law control, the actual clamping force can track the target clamping force more rapidly. After the target clamping force is achieved, the actual clamping force exhibits smaller vibration and judder amplitudes.

Keywords: train; clamping force control; electronic mechanical braking system; sliding mode control; power exponential reaching law